

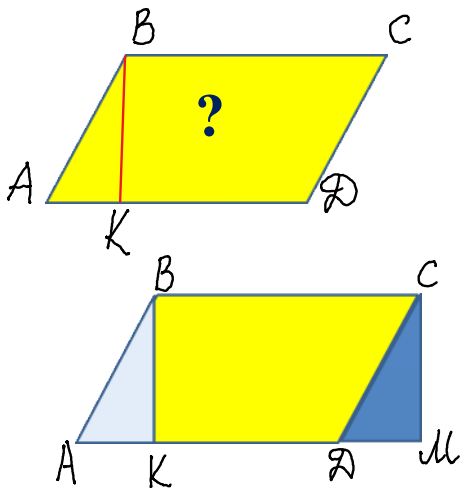
Урок 7

Площа паралелограма

Відповіді на домашнє завдання: № 884 16 см; №886 120 см²; № 902 84 см².

Двом учням дали завдання пофарбувати два листи фанери: одному у формі прямокутника зі сторонами 3 м і 5 м, а другому — у формі паралелограма, в якому до сторони довжиною 5 м проведена висота довжиною 3 м. Який з учнів впорється із завданням раніше, як що вони працюють з однаковою швидкістю?

Для відповіді на це питання треба знайти площі фігур. Площу прямокутника знайти легко. А як знайти площу паралелограма?



Т **Теорема (про площу паралелограма). Площа паралелограма дорівнює добутку його сторони на висоту, проведenu до цієї сторони.**

Доведення:

1. Проведемо висоту BK і доведемо, що

$$S_{ABCD} = AD \cdot BK;$$

2. Проведемо висоту CM;

$$\triangle ABK = \triangle DCM \text{ за гіпотенузою і катетом (} AB=CD; BK=CM \text{)}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad S_{ABCD} &= S_{KBKD} + S_{ABK} \\ S_{KBKM} &= S_{KBKD} + S_{DCM} \end{aligned} \Rightarrow S_{KBKM} = S_{ABCD}$$

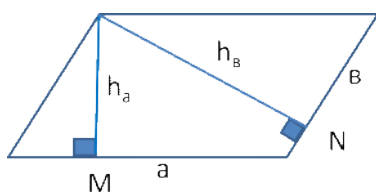
Оскільки $S_{KBKM} = BC \cdot BK$, то і $S_{ABCD} = BC \cdot BK = AD \cdot BK$ Теорему доведено.

У загальному вигляді формулу площі S паралелограма можна записати так:

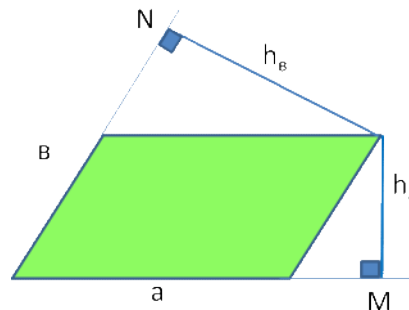
$$S = ah_a,$$

де a – сторона паралелограма, h_a – висота, проведена до неї.

У паралелограмі з однієї вершини можна провести дві висоти, різні за довжиною:



- Основи висот, проведених з вершини тупого кута, лежать на сторонах паралелограма



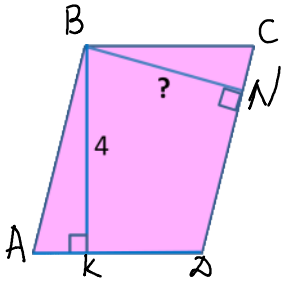
$$S = ah_a$$

$$S = bh_b$$

- Основи висот, проведених з вершини гострого кута, лежать на продовженні сторін паралелограма

Виконаємо письмово!

Сторони паралелограма дорівнюють 12 см і 16 см, а висота, проведена до меншої сторони – 4 см. Знайдіть другу висоту паралелограма.



Розв'язання:

1. Знайдемо спочатку площу паралелограма за меншою стороною AD і проведеною до неї висотою BK:

$$S_{ABCD} = 12 \cdot 4 = 48 \text{ (см}^2\text{)}$$

2. Знайдемо другу висоту:

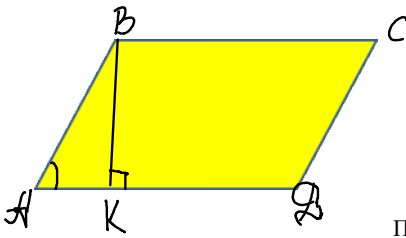
$$BN = S_{ABCD} : CD$$

$$BN = 48 : 16 = 3 \text{ (см)}$$

Відповідь: 3 см.

Розв'яжемо задачу.

★ № 925 Сторони паралелограма 10 і 12 см, а його гострий кут 30° . Знайти площу паралелограма.



Дано: ABCD – паралелограм;
 $AB = 10 \text{ см}$, $AD = 12 \text{ см}$;
 $\angle BAD = 30^\circ$

Знайти: S_{ABCD}

Розв'язання:

Проведемо висоту BK і розглянемо прямокутний трикутник ABK:

За властивістю прямокутного трикутника з кутом 30°

$$BK = \frac{1}{2} AB, \text{ тобто } BK = 5 \text{ см}$$

$$\text{Отже, } S_{ABCD} = AD \cdot BK = 12 \cdot 5 = 60 \text{ (см}^2\text{)}$$

Відповідь: 60 см^2

? Виникає закономірне питання: як можна розв'язати таку ж задачу, якщо змінити градусну міру кута?

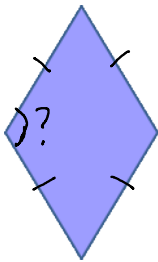
Нехай сторони паралелограма AB і AD утворюють кут α .
 З прямокутного трикутника ABK знайдемо BK: $BK = AB \cdot \sin \alpha$,
 отже, $S_{ABCD} = AD \cdot BK = AD \cdot AB \cdot \sin \alpha$

Отримали ще одну формулу площі

$$S = absina$$

✍ **Виконаємо письмово!**

1. Сторона ромба дорівнює 6 см, а його площа – 18 см^2 . Знайдіть найбільший кут ромба.



Дано: ABCD - ромб, $a = 6 \text{ см}$, $S = 18 \text{ см}^2$
 Знайти тупий кут ромба.

Розв'язання:

Оскільки ромб – це паралелограм, у якого всі сторони рівні, то для розв'язування задачі використаємо форму площі паралелограма

$$S = absina$$

$$S = absina = a^2 \sin \alpha;$$

$$18 = 36 \cdot \sin \alpha;$$

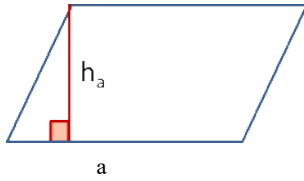
$$\sin \alpha = \frac{18}{36};$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2}$$

За таблицею тригонометричних значень деяких кутів знаходимо, що $\frac{1}{2} = \sin 30^\circ$, отже $\alpha = 30^\circ$.
 Так як кут 30° - гострий, то знаходимо градусну міру тупого кута $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

Відповідь: 150°

2. Висота паралелограма менша за сторону, до якої вона проведена, на 1 см.
Знайдіть цю сторону паралелограма, якщо його площа рівна 12 см^2 .



Дано: паралелограм;
 $h_a < a$ на 1 см;
 $S = 12 \text{ см}^2$

Знайти: a
Розв'язання:

Нехай висота паралелограма, проведена до сторони a , дорівнює x см, $h_a = x$ см. Тоді сторона $a = (x + 1)$ см. Оскільки площа дорівнює 12 см^2 , то $a \cdot h_a = 12$

$$x \cdot (x + 1) = 12$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$x_1 = 3; \quad x_2 = -4 - \text{не задовольняє умові}$$

$$\text{Отже, } h_a = 3(\text{см}),$$

$$a = 3 + 1 = 4(\text{см})$$

Відповідь: 4 см.

3. Розв'язи самостійно № 927.
(Відповідь: 6 см.)

Підсумок. *Запам'ятай формули площі паралелограма*

$$S = ah_a$$

$$S = absina$$

Домашнє завдання. Опрацюй параграф 24, запам'ятай вивчені формули.
Задачі №№ 916, 921, 926.